

## РЕЦЕНЗИЯ / REVIEW

на книгу Г.Баух, К.-У.Ян, Д.Эльшлегель, Г.Зуссе, В.Вибигке  
"Интервальная математика (Теория и применение)"  
Лейпциг, Изд-во БСБ Б.Г.Тойбнер, 1987, 260 с.  
(Математико-естественнонаучная библиотека, т.72)

**H. Bauch, K.-U. Jahn, D. Oelschlägel, H. Süsse, V. Wiebigke**  
**Intervallmathematik (Theorie und Anwendungen)**  
**Leipzig, BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1987, 260 S.**  
**(Mathematisch-Naturwissenschaftliche Bibliothek, Band 72)**

Данная монография, написанная известными специалистами в области интервальной математики, может служить хорошим учебным пособием. Материал, изложенный в этой монографии, сравнительно мало пересекается с содержанием известных монографий по интервальной математике, так как в ней дана попытка изложить последние достижения в рассматриваемой области.

Дадим краткий обзор шести глав, из которых состоит монография.

### 1. Введение в интервальную арифметику

В этой главе приводятся известные определения и свойства классической интервальной арифметики. Более подробно изложены машинная интервальная арифметика и интервальная арифметика Кахана, которая имеет дело и с бесконечными интервалами. Об интервальной арифметике Маркова сказано одним абзацем из 10 строк. Вводятся понятия ширины и нормы интервала, интервальные последовательности, интервальные вектора и матрицы с соответствующими нормами, метриками, интервальные расширения функций. Приведены свойства и примеры.

Дан краткий обзор областей науки и техники, где применяется интервальная математика, сформулированы некоторые задачи. В заключение главы дана историческая справка об интервальной математике.

### 2. Реализация техники вычислений

Излагаются основы оптимальной машинной арифметики: арифметические операции над машинными числами, округления, нормализация, точные сложения, умножение и деление машинных

чисел, вопросы вычисления элементарных функций, решения линейных и нелинейных систем, приведены текстовые примеры.

В заключительном разделе приведены программы реализации некоторых основных операций на языке *PL/I* над машинными числами: композиция и декомпозиция, ввод и вывод, округления, сложение, умножение и деление с округлением вниз, сложение и умножение двух интервалов. Эта глава будет полезна тем, кто занимается реализацией интервальных алгоритмов на ЭВМ.

### 3. Интервальные методы решения линейных систем уравнений

В I части главы исследуется интервальный алгоритм Гаусса. Вводится понятие числа обусловленности. Дается способ выбора главного элемента. Приводятся в интервальной трактовке теоремы Прагора и Оэтли. Оставшаяся часть главы посвящена итерационным методам: теореме о неподвижной точке, критерию существования решения, построению интервального включения с помощью итеративного уточнения и коррекции интервалов. Приведены примеры. Заключительная часть главы посвящена обращению матриц.

### 4. Интервальные методы решения систем нелинейных уравнений

Обстоятельно рассматриваются сначала интервальные методы Ньютона и Кравчика для одного уравнения, метод Ньютона с расширенной интервальной арифметикой, а затем эти методы обобщаются для систем. Приведены численные примеры. Далее приводятся способы уточнения с помощью, так называемых, корректирующих интервалов.

### 5. Интервальные методы для начальных задач обыкновенных дифференциальных уравнений

Вначале дается способ получения определения границ ошибок с помощью "дефектного метода". Затем подробно рассматривается эффект "вращения" Мура, методы Чаплыгина и Райта, вычисления ограничивающих решение функций с итеративным уточнением границ. Все это демонстрируется на примерах.

Особое внимание уделено итерационным методам Рикарда-Линделефа и Ньютона. Этими методами решены конкретные ОДУ, "неприятные" для других обычных методов.

В одном из разделов главы даются рекомендации по решению ОДУ с интервальными параметрами и интервальными начальными условиями. Приводится пример.

Значительная часть главы посвящена интервально-аналитическим методам решения ОДУ с начальными условиями, основанными на использовании рядов Тейлора и остаточных членов. Эти методы проиллюстрированы примерами, в том числе, показано, что эффект "вращения" или "раскрутки" Мура не наблюдается. Этот пример просчитан в интервале  $[0, 10000]$  с шагом  $h = 0,32$ . При этом погрешность оказалась всюду не более чем  $3 \cdot 10^{-8}$ . Последний пункт главы посвящен интервальным методам "пристрелки" решения граничных задач ОДУ.

### 6. Выпуклая оптимизация

Рассматриваются следующие задачи оптимизации с интервальными параметрами: задачи линейного программирования, задачи минимизации с выпуклой целевой функцией с неточными входными данными, задача с невыпуклой целевой функцией, общая задача выпуклой оптимизации с использованием условий Куна-Такера, двойственная интервальная задача, выпуклое квадратичное программирование. Изложенные задачи сопровождаются соответствующими методами решения и численными примерами.

Книга снабжена списком литературы, состоящим из 226 наименований. В целом книга должна быть особенно полезной для специалистов, занятых решением прикладных задач. Она написана на доступном научном уровне и может служить хорошим учебным пособием.

В.С. ЗЮЗИН  
V.S. ZJUZIN