

(1) (a) 
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 \leftarrow R_2 - R_1 \\ \\ R_2 \leftarrow \frac{1}{2} R_2 \end{array}$$

(b) 
$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2 \\ R_1 \leftarrow R_1 + R_2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) There is a line of solutions.  $x_3$  is the free variable here.

\* The parametric form is:

$x_1 = 1 - \frac{3}{2}t$
$x_2 = -\frac{1}{2}t$
$x_3 = t$

(2) 
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -36 & 30 \\ -36 & 192 & -180 \\ 30 & -180 & 180 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ -192 \\ 210 \end{bmatrix}$$

(3) (a)  $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, \text{ so } AB - BA = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

(b)  $A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 24 & 33 \end{bmatrix}, \text{ so } A^2 + 2A + I = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 24 & 33 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 16 \\ 32 & 44 \end{bmatrix}$

(c)  $v^T v = [3 \ 4] \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 25$

(d)  $v v^T = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} [3 \ 4] = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 12 & 16 \end{bmatrix}$